



## Estudos preliminares na otimização de manobras de atitude utilizando o algoritmo $MGEOR_{real}$ e o pacote `SatelliteToolbox.jl`

HOTT, G. M. C.<sup>1</sup>, CHAGAS, R. A. J.<sup>2</sup>, DE SOUSA, F. L.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil  
Aluno de Mestrado do curso de Engenharia e Tecnologia Espaciais,  
área de concentração em Mecânica Espacial e Controle - ETE/CMC.

<sup>2</sup>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil  
Divisão de Sistemas Espaciais - DIDSE.

guilherme.hott@inpe.br

---

**Resumo.** Este artigo apresenta a aplicação de um estimador de estados em um simulador de satélite. Utilizou-se de um algoritmo de otimização multiobjetivo visando obter as manobras que maximizem a acurácia da estimação em um menor tempo possível. Por fim, é apresentado a fronteira de Pareto para variações na perturbação das variáveis de projeto do otimizador.

---

**Palavras-chave:** Estimação de atitude; Filtro de Kalman; Otimização multiobjetivo.

### 1. Introdução

A busca por soluções rápidas e com menor custo de desenvolvimento tem trazido importância para os satélites de menor porte (*smallsats*). De acordo com [Sandau 2010], este tipo de satélite oferece a oportunidade de países com pouca, ou nenhuma, experiência em tecnologia espacial se envolver no campo de aplicações espaciais. Atualmente já existem aplicações em missões militares, observações climáticas, telecomunicação, imagens multiespectrais, observações da terra, entre outras [Sandau 2010, Wekerle et al. 2017].

Os *smallsats* podem ser classificados de acordo com a Tabela 1 [Wekerle et al. 2017]. Distingui-se desta a classificação para *CubeSats*, a qual se dá em unidades: 1U = 100 × 100 × 100 mm e massa ≤ 1,33 kg [Poly 2015]. Existem também classificações quanto ao custo e tempo de missão, ainda que estes dependam de diversos fatores e podem ser completamente diferentes de acordo com a missão [Sandau 2010].

**Tabela 1. Classificação dos pequenos satélites**

Pequeno satélite	Massa
Pico satélite	≤ 1 kg
Nano satélite	1 - 10 kg
Micro satélite	11 - 100 kg
Mini satélite	101 - 500 kg

Para que se possa ter uma solução de projeto rápida e viável em *smallsats*, utiliza-se equipamentos de prateleira [Wekerle et al. 2017]. Em geral, comparado com os equipamento com



qualificação para o uso espacial, estes possuem menor precisão e durabilidade e em conjunto com a proposta de ser um satélite de menor custo e menor tempo de projeto, as fases de calibração e alinhamento dos equipamentos de atitude, além do balanceamento de massa do satélite, são feitos de forma superficial.

O baixo desempenho dos sensores utilizados, atrelado ao desalinhamento da montagem, faz com que a estimação da atitude destes satélites possuam menor acurácia. Desta forma, algoritmos de processamento de sinais vêm sendo utilizados com sucesso em missões que necessitam de precisão na determinação da atitude [Esteban et al. 2016].

Sendo assim, propõe-se projetar um conjunto de manobras que minimize, no menor tempo possível, o erro de estimação de atitude em pequenos satélites.

## 2. Metodologia

Considera-se um satélite composto por sensores solares, magnetômetros e giroscópios não-ideais, que possuem *bias*, ruídos e desalinhamento. Para que se possa corrigir o erro atrelado ao comportamento destes elementos de medição, necessita-se modelar a dinâmica dos erros. Com o interesse de estimar os erros discutidos anteriormente, constrói-se o seguinte vetor de estados:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{b} \\ \boldsymbol{\phi} \\ \delta \mathbf{s}_b \\ \boldsymbol{\psi} \\ \delta \mathcal{B}_b \end{bmatrix}, \quad (1)$$

em que  $\mathbf{x}$  é o vetor de estados,  $\boldsymbol{\theta}$  é o erro de estimação,  $\mathbf{b}$  é o *bias* do giroscópio,  $\boldsymbol{\phi}$  é o desalinhamento do sensor solar,  $\delta \mathbf{s}_b$  é *bias* do sensor solar,  $\boldsymbol{\psi}$  é desalinhamento do magnetômetro e  $\delta \mathcal{B}_b$  é o *bias* do magnetômetro.

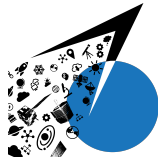
Considerando aproximações de primeira ordem, pode-se desenvolver o seguinte sistema dinâmico para representar o conjunto de sensores mencionados, descrito por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \left[ \begin{array}{cc|c} -[\boldsymbol{\omega}_m]^\times & -\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{6 \times 12} \\ \mathbf{0}_3 & -\lambda \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{6 \times 12} \\ \hline \mathbf{0}_{12 \times 6} & \mathbf{0}_{12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} \end{array} \right] \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -\mathbf{v}_g \\ +\mathbf{v}_b \\ \mathbf{0}_{12 \times 1} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_s \\ \mathbf{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{s}_c]^\times & \mathbf{0}_3 & -[\mathbf{s}_c]^\times & \mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ [\mathcal{B}_c]^\times & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & -[\mathcal{B}_c]^\times & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s \\ \mathbf{w}_B \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

em que  $\boldsymbol{\omega}_m$  é a velocidade angular medida,  $\lambda$  é um fator que depende do giroscópio e está relacionado à estabilidade do *bias*,  $\mathbf{v}_g$  e  $\mathbf{v}_b$  são os ruídos brancos do giroscópio e seu *bias*, respectivamente, com covariância  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{y}$  é o vetor de saídas,  $\mathbf{s}_c$  é o vetor solar obtido pelo algoritmo de posição do Sol,  $\mathcal{B}_c$  é o campo magnético calculado pelo modelo de campo magnético,  $\mathbf{w}_s$  e  $\mathbf{w}_B$  são ruídos brancos do sensor solar e magnetômetro, respectivamente, com covariância  $\mathbf{R}$ .

O sistema dinâmico apresentado possui matrizes que variam no tempo devido à velocidade do satélite e às leituras do vetor solar e do vetor campo magnético.

Deseja-se estimar o vetor de estados dado pela Equação 1 para que se possa corrigir o erro na determinação de atitude do satélite. Neste sentido, utiliza-se de um Filtro de Kalman (*Kalman*



*Filter – KF*) [Kalman 1960, Kalman and Bucy 1961] que, em sistemas lineares e Gaussianos, é o algoritmo recursivo ótimo para processamento de dados [MAYBECK 1979].

O KF é composto por duas etapas: propagação e atualização. A fase de propagação consiste em propagar o vetor de estados e a matriz de covariância do instante  $t_k \rightarrow t_{k+1}$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{u}_k \\ \bar{\mathbf{P}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \mathbf{P}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k\end{aligned}\quad (3)$$

em que  $\mathbf{F}$  é a matriz de estados,  $\mathbf{G}$  é a matriz de entradas,  $\mathbf{u}$  é o vetor de entradas e  $\mathbf{P}$  é a matriz de covariância. Os símbolos  $\bar{\cdot}$ ,  $\hat{\cdot}$  e  $^T$  significam a variável propagada, estimada e transposta, respectivamente.

A fase de atualização consiste em realizar as correções do vetor de estados e da matriz de covariância

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_{k+1} &= \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{R}_{k+1} + \mathbf{H}_{k+1} \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \bar{\mathbf{x}}_{k+1}) \\ \hat{\mathbf{P}}_{k+1} &= \bar{\mathbf{P}}_{k+1} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \bar{\mathbf{P}}_{k+1}\end{aligned}\quad (4)$$

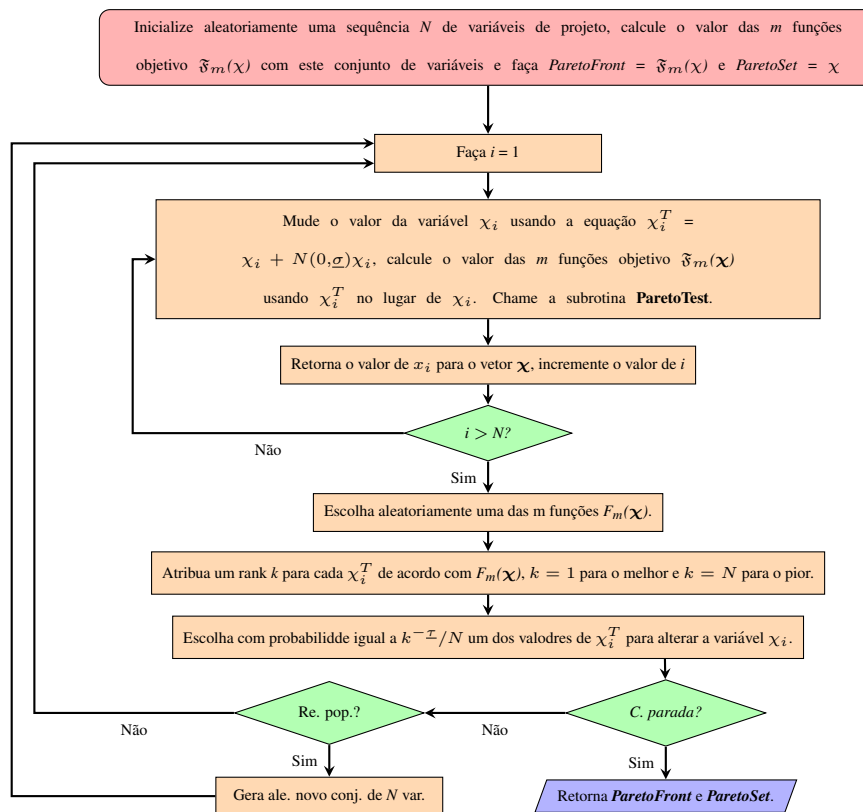
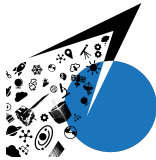
em que  $\mathbf{H}$  é a matriz de saídas,  $\mathbf{K}$  é conhecido como o ganho ótimo de Kalman.

Ao realizar manobras de atitude, as matrizes do sistema dinâmico irão mudar conforme a velocidade angular do satélite e as leituras do vetor solar e do campo magnético. Fazendo com que o sistema se torne observável e o estimador reduza a incerteza dos parâmetros.

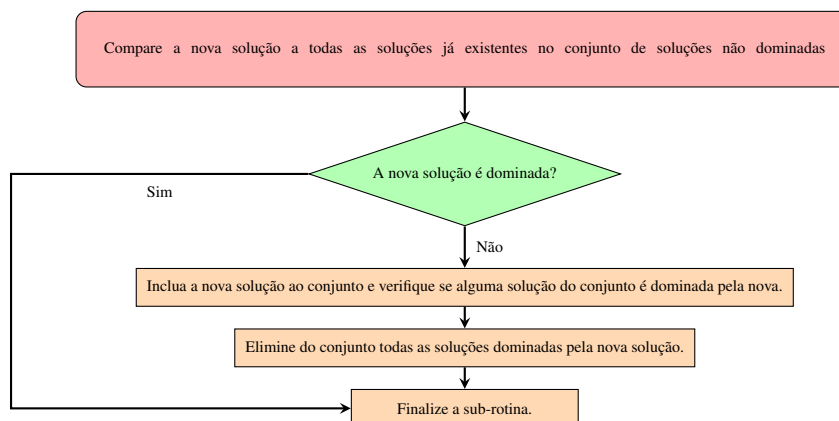
Para obter os vetores velocidade, que implementarão as manobras no satélite, será utilizado um algoritmo de otimização que minimize a covariância do KF no menor tempo possível (tornando o problema multiobjetivo). Neste trabalho foi utilizado o método de Otimização Extrema Generalizada em sua versão Multiobjetivo e com codificação real ( $MGEO_{real}$ ).

A Figura 1 apresenta o fluxograma do  $MGEO_{real}$ , destacando-se em sublinhado as variáveis que devem ser sintonizadas.

Note ainda que existe a possibilidade de implementar reinicializações no algoritmo, tendo o objetivo de evitar mínimos locais além de obter diferentes pontos na Fronteira de Pareto.



(a) Rotina principal



(b) Subrotina ParetoTest

Figura 1. Fluxograma do algoritmo  $MGEOR_{real}$  Fonte: Adaptado de [Mainenti-Lopes et al. 2012]



### 3. Resultados e Discussão

Os resultados foram obtidos por meio da implementação de um simulador em linguagem Julia, utilizando o pacote *SatelliteToolbox.jl*.

Considera-se uma mudança instantânea no vetor velocidade do satélite (desprezando a inércia e dinâmica das rodas de reação) e deseja-se verificar a influência da sintonia do algoritmo de otimização na minimização da matriz de covariância, observado pela obtenção da PF.

As características gerais da simulação para os resultados obtidos são:

**Tabela 2. Características gerais da simulação**

Parâmetros	Valor/Tipo
Propagador orbital	<i>two-body</i>
Semi-eixo maior	7130982.0 [m]
Excentricidade	0.001111
Inclinação	98.405 [°]
Ascensão reta do nodo ascendente	230.297 [°]
Argumento do perigeu	90 [°]
Anomalia verdadeira	305 [°]
Período orbital	5992 [s]
Tempo máximo de simulação	11984 [s]
Passo de simulação	1 [s]
Número de manobras	3
Tempo máximo de uma manobra	2000 [s]
Vetor velocidade mínimo/máximo	$\pm[1.0 \ 1.0 \ 1.0]$ [°/s]
Algoritmo de otimização	<i>MGEO<sub>real</sub></i>
Número de execuções do algoritmo de otimização	5000

Conforme são realizadas as manobras de atitude obtidas pelo otimizador, espera-se que a matriz de covariância do KF decaia até um valor limite. Desta forma, as funções objetivos para esta simulação são o valor da traço da matriz de covariância ao fim da simulação e o tempo final para que o filtro convirja. Dadas por

$$\mathfrak{F}_1 = t_{end} \quad (5a)$$

$$\mathfrak{F}_2 = trace(P_{end}) \quad (5b)$$

A parametrização do *MGEO<sub>real</sub>*, apresentado na Figura 1, é dada pelo número de reinicializações ( $n_i$ ), pela pressão de seleção ( $\tau$ ) e pela perturbação nas variáveis de projeto ( $\sigma$ ). A Tabela 3 apresenta a quantidade de pontos encontrados na PF para o seguinte teste:

- Fixou-se os valores de  $\tau$  e  $n_i$  para 3.0 e 30, respectivamente, e variou-se  $\sigma$ .

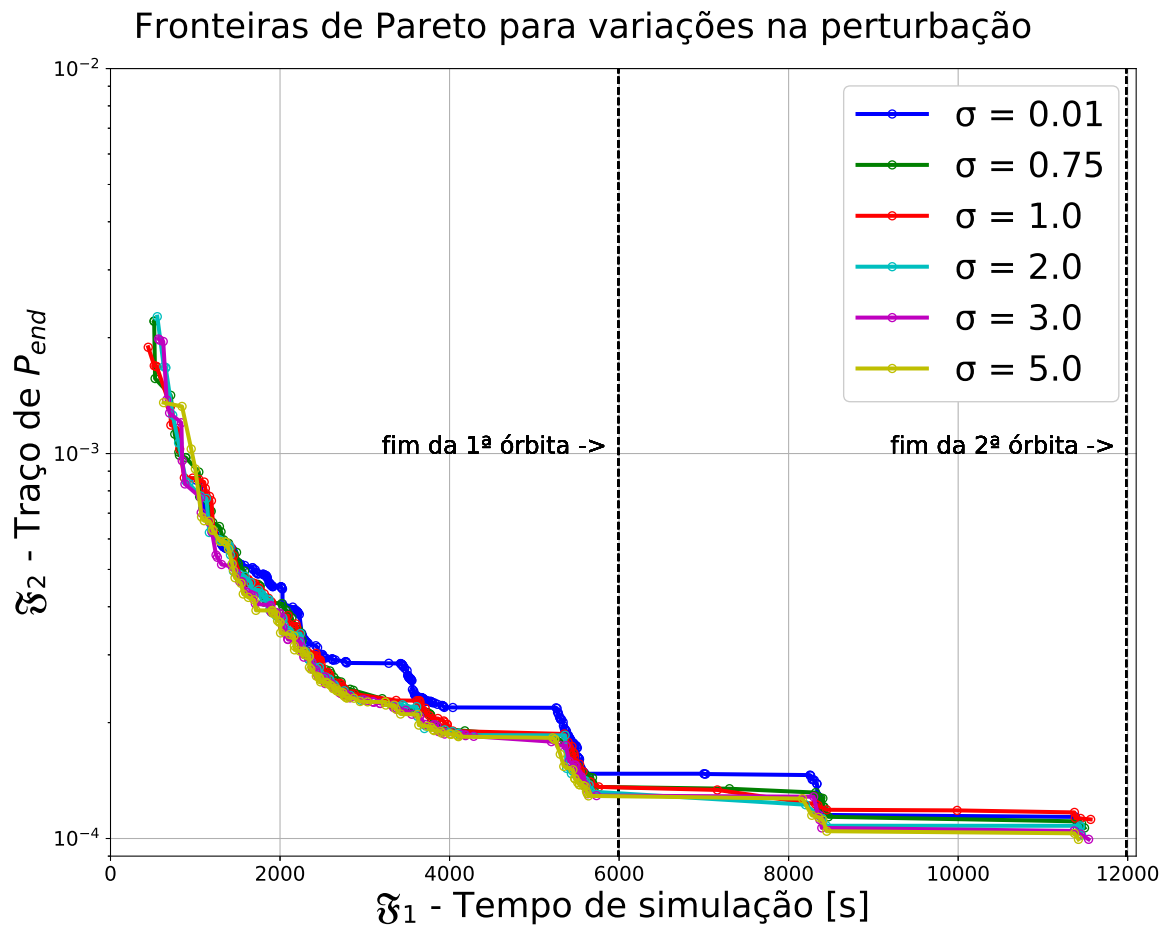
A Figura 2 apresenta os resultados para o teste descrito anteriormente. Verifica-se que modificar o valor da variável de projeto  $\sigma$  reflete diretamente nos resultados obtidos.

Como esperado, para que se obtenha menores valores de  $\mathfrak{F}_2$  necessita-se de uma simulação com tempo mais elevado. Assim o KF recebe maior quantidade de informações e tem a possibilidade de que a matriz de covariância decaia cada vez mais até a convergência do Filtro.

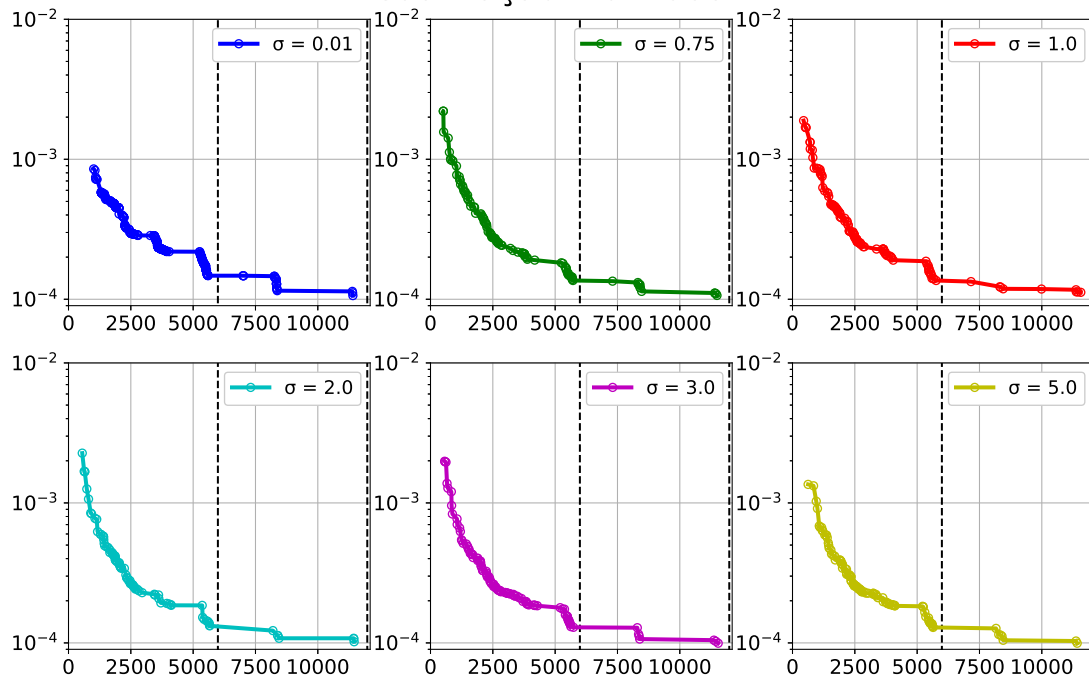
Nota-se ainda que a quantidade de pontos obtidos em uma primeira órbita se sobressai quando comparado com a segunda. Isto pode estar atrelado ao fato dos vetores solar e campo magnético sofrerem poucas alterações, além de que a mudança do vetor velocidade é realizada de forma instantânea (sem a dinâmica de atuadores).

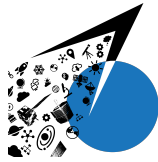


Figura 2. Fronteira de Pareto - variando a perturbação nas variáveis de projeto



### Visualização individual





**Tabela 3. Quantidade de pontos encontrados na PF com a variação de  $\sigma$**

	pontos na 1 <sup>a</sup> órbita	pontos na 2 <sup>a</sup> órbita	Total
$\sigma = 0.01$	266	23	289
$\sigma = 0.75$	90	14	104
$\sigma = 1.0$	105	9	114
$\sigma = 2.0$	82	7	89
$\sigma = 3.0$	108	7	115
$\sigma = 5.0$	104	7	111

## 4. Conclusão

De acordo com os resultados, nota-se a relevância de se escolher corretamente quais manobras a serem realizadas com o intuito de minimizar o erro de estimação de atitude, demonstrando a utilidade de algoritmos de otimização para a busca de soluções em problemas deste tipo.

*Agradecimentos: À CAPES pelo suporte financeiro.*

## Referências

- Esteban, S., Giron-Sierra, J., Polo, O., and Angulo, M. (2016). Signal Conditioning for the Kalman Filter: Application to Satellite Attitude Estimation with Magnetometer and Sun Sensors. *Sensors*, 16(11):1817.
- Kalman, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, (82):35–45.
- Kalman, R. E. and Bucy, R. S. (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *Journal of Basic Engineering*, 83(1):95.
- Mainenti-Lopes, I., Souza, L. C. G., and de Sousa, F. L. (2012). Design of a Nonlinear Controller for a Rigid-Flexible Satellite Using Multi-Objective Generalized Extremal Optimization with Real Codification. *Shock and Vibration*, 19(5):947–956.
- MAYBECK, P. S. (1979). *Stochastic models, estimation, and control*, volume 1. Academic, New York, NY. (Mathematics in Science and Engineering, 141).
- Poly, C. (2015). Cubesat design specification. page 42.
- Sandau, R. (2010). Status and trends of small satellite missions for Earth observation. *Acta Astronautica*, 66(1-2):1–12.
- Wekerle, T., Pessoa Filho, J. B., Costa, L. E. V. L. d., and Trabasso, L. G. (2017). Status and Trends of Smallsats and their Launch Vehicles – An Up-to-date Review. *Journal of Aerospace Technology and Management*, 9:269–286.